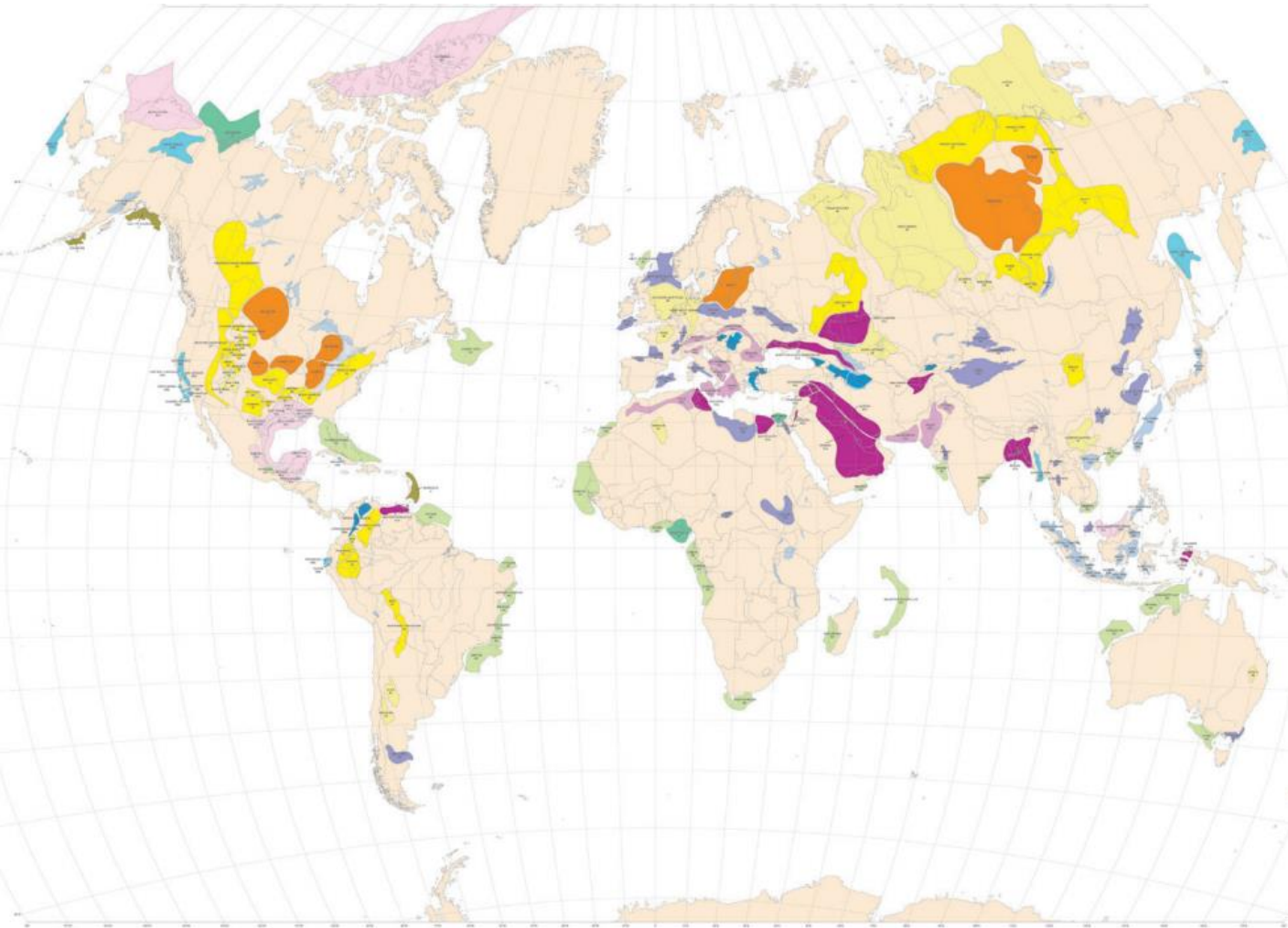


# Разработка отечественного программного обеспечения для моделирования фильтрации высоковязких нефтей

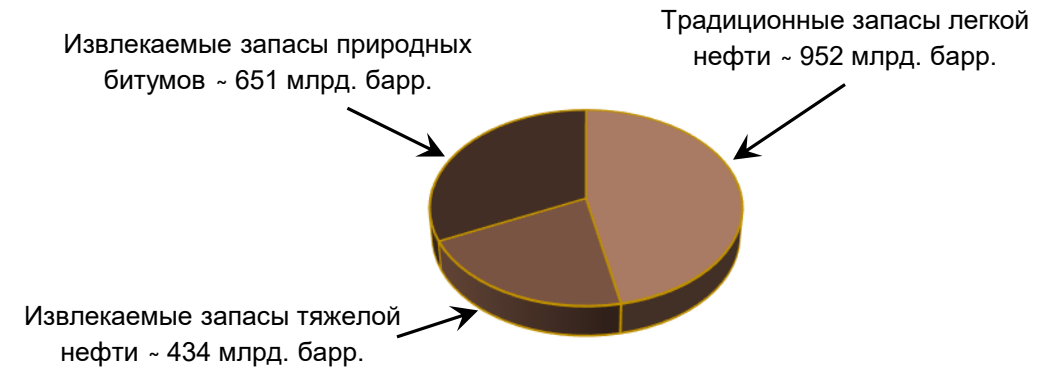
Невмержицкий Я.В., Семака В.Ю., Панов В.А., Быков А.А., Завьялов И.Н.,  
Завьялова Н.А., Негодяев С.С.

# Актуальность работы

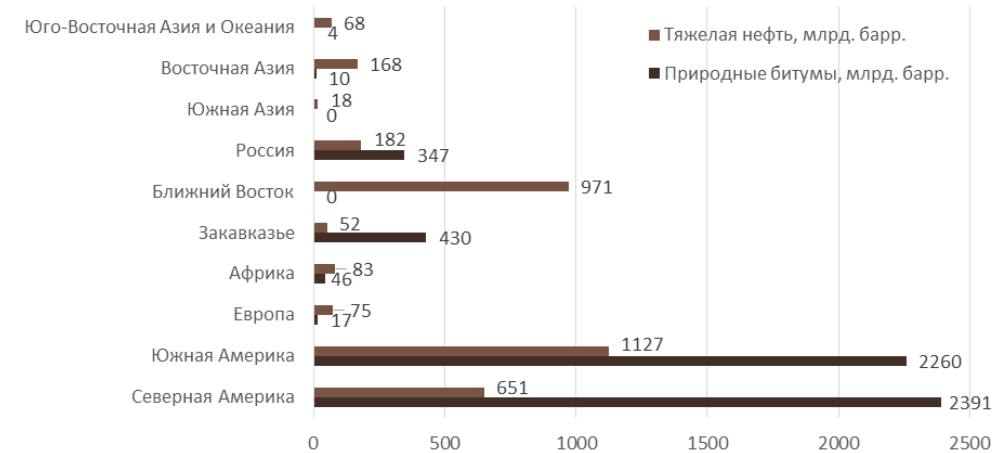
Распределение мировых запасов высоковязких нефтей и природных битумов [1]



Распределение извлекаемых мировых нефтяных запасов [2]

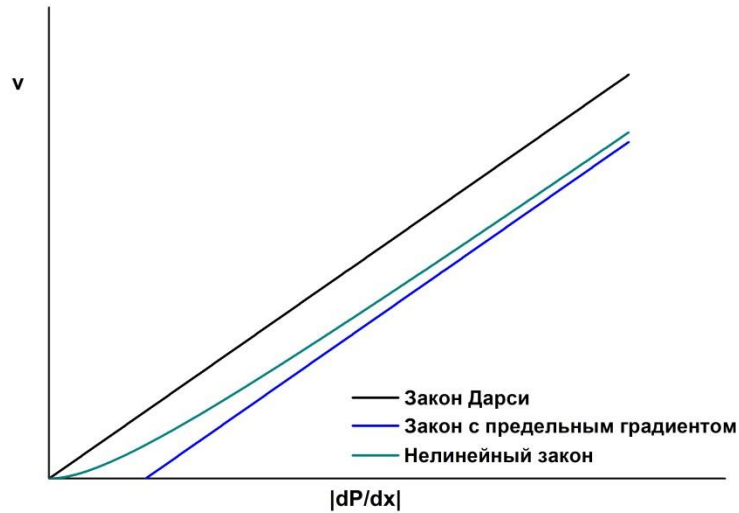


Региональное распределение запасов тяжелой нефти и природных битумов [1]



1. Meyer R.F., Attanasi E.D., Freeman P.A. **Heavy oil and Natural Bitumen Resources in Geological Basins of the World.** U.S. Geological Survey, Reston, Virginia, 2007

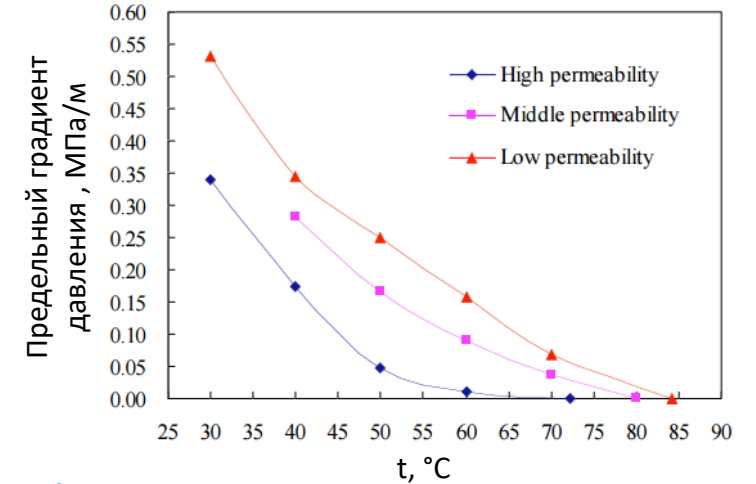
2. Meyer R.F., Attanasi E.D. **Heavy Oil and Natural Bitumen - Strategic Petroleum Resources.** U.S. Geological Survey, Reston, Virginia, 2003



Законы фильтрации могут быть записаны в виде:

$$v^j = -\alpha^j \frac{k_r^j k}{\mu^j} \nabla \Phi^j$$

Экспериментальные данные о зависимости предельного градиента от температуры



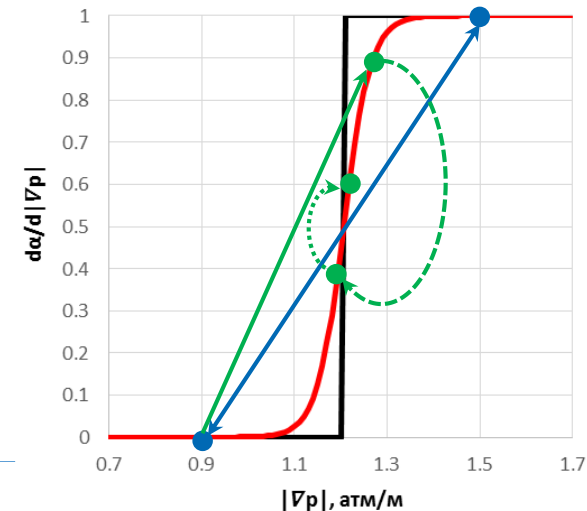
При решении уравнения для давления используется метод Ньютона → **требование на гладкость функций**

В законе фильтрации с предельным градиентом и кусочно-линейным законом гладкость нарушается в окрестности предельного градиента → несколько методов учета нелинейности (аналогия с задачей Стефана о фазовом переходе):

- Метод ловли фронта в узел пространственной сетки → **ограничение на шаг по времени** ❌
- Метод выпрямления фронта → **работает для задач с одним фронтом** ❌
- Методы сквозного счета → **сглаживание нелинейностей** ✓

При недостаточном сглаживании нужно уменьшать временной шаг

→ **Нужно сохранить временной шаг при наименьшем сглаживании**



# Симулятор для моделирования эффективности тепловых МУН

## Цели работы

Разработка программного комплекса, позволяющего проводить расчеты многокомпонентной неизотермической нелинейной фильтрации

## Основные допущения

1. Плоская двумерная фильтрация
2. Температура и давление одинаковы для всех фаз
3. Нефть проявляет вязкопластические свойства
4. Фазовые переходы локально квазиравновесны
5. Пласт непроницаем на всех границах

## Баланс массы компонентов

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha^j \frac{k_r^j}{\mu^j} c_i^j \rho^j \nabla \Phi^j = Q_i$$

← мольная концентрация компонента  $\frac{\partial m_i}{\partial t}$   
← абс. проницаемость  $k_r^j$   
← мольный расход компонента  $Q_i$   
← плотность фазы  $\rho^j$   
 $\nabla \Phi^j = \nabla P - \rho^j g \nabla h$

множитель на нелинейность фильтрации

Компонент \ Фаза	Вода	Нефть	Газ
H <sub>2</sub> O	✓		✓
Легкие фракции		✓	✓
Тяжелые фракции		✓	✓

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial m_{H_2O}}{\partial t} - \nabla \cdot \left\{ k \frac{k_r^w}{\mu^w} c_{H_2O}^w \rho^w \nabla \Phi^w + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{H_2O}^{gas} \rho^{gas} \nabla \Phi^{gas} \right\} &= Q_{H_2O} \\ \frac{\partial m_{LO}}{\partial t} - \nabla \cdot \left\{ k \alpha^{oil} \frac{k_r^{oil}}{\mu^{oil}} c_{LO}^{oil} \rho^{oil} \nabla \Phi^{oil} + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{LO}^{gas} \rho^{gas} \nabla \Phi^{gas} \right\} &= Q_{LO} \\ \frac{\partial m_{HO}}{\partial t} - \nabla \cdot \left\{ k \alpha^{oil} \frac{k_r^{oil}}{\mu^{oil}} c_{HO}^{oil} \rho^{oil} \nabla \Phi^{oil} + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{HO}^{gas} \rho^{gas} \nabla \Phi^{gas} \right\} &= Q_{HO} \end{aligned} \right.$$

## Баланс энергии

$$\frac{\partial e}{\partial t} - \nabla \cdot \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha^j \frac{k_r^j}{\mu^j} c_i^j \rho^j h^j \nabla \Phi^j + \bar{\lambda} \nabla T \right) = Q_e$$

← ОФП  $\frac{\partial e}{\partial t}$   
← энтальпия фазы  $h^j$   
← доля компонента i в фазе j  $c_i^j$   
← коэф-т теплопроводности  $\bar{\lambda}$   
← объемный расход энергии  $Q_e$   
← плотность внутренней энергии  $\frac{\partial e}{\partial t}$

$$\frac{\partial e}{\partial t} - \nabla \cdot \left( \begin{aligned} &k \frac{k_r^w}{\mu^w} c_{H_2O}^w \rho^w h^w \nabla \Phi^w + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{H_2O}^{gas} \rho^{gas} h^{gas} \nabla \Phi^{gas} + \\ &+ k \alpha^{oil} \frac{k_r^{oil}}{\mu^{oil}} c_{LO}^{oil} \rho^{oil} h^{oil} \nabla \Phi^{oil} + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{LO}^{gas} \rho^{gas} h^{gas} \nabla \Phi^{gas} + \\ &+ k \alpha^{oil} \frac{k_r^{oil}}{\mu^{oil}} c_{HO}^{oil} \rho^{oil} h^{oil} \nabla \Phi^{oil} + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{HO}^{gas} \rho^{gas} h^{gas} \nabla \Phi^{gas} + \bar{\lambda} \nabla T \end{aligned} \right) = Q_e$$

1. Учет кондуктивного переноса тепла (теплопроводность) производится на отдельном этапе → корректируем  $e^n$

$$\frac{\partial e}{\partial T} \frac{\bar{T} - T}{\tau} = \nabla \cdot (\bar{\lambda} \nabla \bar{T}) \leftarrow \text{температура с учетом теплопроводности}$$

2. Решение уравнения для давления (без учета теплопроводности) неявным конечно-разностным методом

$$S = \sum_{\alpha} S_{\alpha} = 1 \Rightarrow \delta S = \frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \delta t + \frac{\partial S}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial t} \delta t + \frac{\partial S}{\partial m_o} \frac{\partial m_o}{\partial t} \delta t + \frac{\partial S}{\partial m_{H_2O}} \frac{\partial m_{H_2O}}{\partial t} \delta t = 0$$



$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial e} \nabla \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{N_{comp}} \sum_{j=1}^{N_{phase}} \alpha^j \frac{k_r^j k}{\mu^j} c_i^j \rho^j h^j \nabla \Phi^j \right\} + \frac{\partial S}{\partial m_{LO}} \nabla \cdot \left\{ k \alpha^{oil} \frac{k_r^{oil}}{\mu^{oil}} c_{LO}^{oil} \rho^{oil} \nabla \Phi^{oil} + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{LO}^{gas} \rho^{gas} \nabla \Phi^{gas} \right\} + \frac{\partial S}{\partial m_{HO}} \nabla \cdot \left\{ k \alpha^{oil} \frac{k_r^{oil}}{\mu^{oil}} c_{HO}^{oil} \rho^{oil} \nabla \Phi^{oil} + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{HO}^{gas} \rho^{gas} \nabla \Phi^{gas} \right\} + \\ + \frac{\partial S}{\partial m_{H_2O}} \nabla \cdot \left\{ k \frac{k_r^w}{\mu^w} c_{H_2O}^w \rho^w \nabla \Phi^w + k \frac{k_r^{gas}}{\mu^{gas}} c_{H_2O}^{gas} \rho^{gas} \nabla \Phi^{gas} \right\} + \frac{\partial S}{\partial e} Q_e + \frac{\partial S}{\partial m_{LO}} Q_{LO} + \frac{\partial S}{\partial m_{HO}} Q_{HO} + \frac{\partial S}{\partial m_{H_2O}} Q_{H_2O} = 0 \end{aligned}$$

3. Из законов сохранения явным методом рассчитывается внутренняя энергия, концентрации компонентов

$$m_i^{n+1} = m_i^n + \tau \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha^j \frac{k_r^j k}{\mu^j} c_i^j \rho^j \nabla \Phi^j + \tau Q_i; \quad e^{n+1} = e^n + \tau \nabla \cdot \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha^j \frac{k_r^j k}{\mu^j} c_i^j \rho^j h^j \nabla \Phi^j + \bar{\lambda} \nabla T \right) + \tau Q_e$$

4. Расчет фазового равновесия (метод Рэчфорда-Райса) → определяем температуру и фазовые насыщенности

5. Проверка на сходимость

# Решение уравнения для давления (метод IMPRES)

$$\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \nabla \cdot \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k k_{rj} \rho_{ij}}{\mu_j} c_{ij} h_j \nabla P + \bar{\lambda} \nabla T \right) + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial m_i} \nabla \cdot \sum_j \alpha_j \frac{k k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \nabla P \right) + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} Q_e + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial m_i} Q_i \right) = 0$$



$$c_{l,m} p_{l+1,m}^{n+1} + f_{l,m} p_{l,m+1}^{n+1} + a_{l,m} p_{l,m}^{n+1} + b_{l,m} p_{l-1,m}^{n+1} + g_{l,m} p_{l,m-1}^{n+1} = d_{l,m}^n,$$

$$c_{l,m} = \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^{n+1} TX_{e,l+1/2,m} + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^{n+1} TX_{i,l+1/2,m} \right), \quad b_{l,m} = \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^{n+1} TX_{e,l-1/2,m} + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^{n+1} TX_{i,l-1/2,m} \right),$$

$$TX_{e,l\pm 1/2,m} = \frac{\Delta y_m \Delta z}{\Delta x_{l\pm 1/2}} \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k k_{rj} \rho_{ij}}{\mu_j} c_{ij} h_j \right)_{l\pm 1/2,m}, \quad TY_{e,l,m\pm 1/2} = \frac{\Delta x_l \Delta z}{\Delta y_{m\pm 1/2}} \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k k_{rj} \rho_{ij}}{\mu_j} c_{ij} h_j \right)_{l,m\pm 1/2},$$

$$f_{l,m} = \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^{n+1} TY_{e,l,m+1/2} + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^{n+1} TY_{i,l,m+1/2} \right), \quad g_{l,m} = \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^{n+1} TY_{e,l,m-1/2} + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^{n+1} TY_{i,l,m-1/2} \right),$$

$$TX_{i,l\pm 1/2,m} = \frac{\Delta y_m \Delta z}{\Delta x_{l\pm 1/2}} \left( \sum_j \alpha_j \frac{k k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \right)_{l\pm 1/2,m}, \quad TY_{i,l,m\pm 1/2} = \frac{\Delta x_l \Delta z}{\Delta y_{m\pm 1/2}} \left( \sum_j \alpha_j \frac{k k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \right)_{l,m\pm 1/2},$$

$$a_{l,m} = -(c_{l,m} + b_{l,m} + g_{l,m} + f_{l,m}) + \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \right)_{l,m}^{n+1} \frac{V_{l,m}}{\tau}, \quad d_{l,m} = \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \right)_{l,m}^{n+1} \frac{V_{l,m}}{\tau} p_{l,m}^n - [\Delta_x (\bar{\lambda} \Delta_x T) + \Delta_y (\bar{\lambda} \Delta_y T)]_{l,m} - \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^{n+1} (Q_e)_{l,m} - \sum_{i=1}^{N_c} \left( \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^{n+1} Q_i \right),$$

Для учета нелинейности применен метод Ньютона:

$$\left( \frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l-1,m}} \right)^k \delta_{l-1,m}^{k+1} + \left( \frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m-1}} \right)^k \delta_{l,m-1}^{k+1} + \left( \frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m}} \right)^k \delta_{l,m}^{k+1} + \left( \frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l+1,m}} \right)^k \delta_{l+1,m}^{k+1} + \left( \frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m+1}} \right)^k \delta_{l,m+1}^{k+1} = -R_{l,m}^k,$$

$$R_{l,m}^{k+1} = c_{l,m} p_{l+1,m}^{k+1} + f_{l,m} p_{l,m+1}^{k+1} + a_{l,m} p_{l,m}^{k+1} + b_{l,m} p_{l-1,m}^{k+1} + g_{l,m} p_{l,m-1}^{k+1} - d_{l,m}^n \quad - \text{невязка}$$

→ требование на гладкость функций!!!

# Моделирование нелинейной фильтрации

$\alpha$  – сглаженный параметр нелинейности

$\alpha^n$  – сглаженный параметр нелинейности, вычисленный на n-ом временном слое

$\alpha^k$  – сглаженный параметр нелинейности, вычисляемый на k-ой итерации при расчете давления на (n+1)-ом временном слое

Расчет параметра нелинейности на k+1 итерации будем осуществлять по уравнению:

$$\tau_{\text{fict}} \frac{d\alpha^{k+1}}{d\tau} = \alpha^k - \alpha^{k+1} \text{ где } \tau_{\text{fict}} - \text{фиктивное время, } \tau - \text{ шаг по времени.}$$

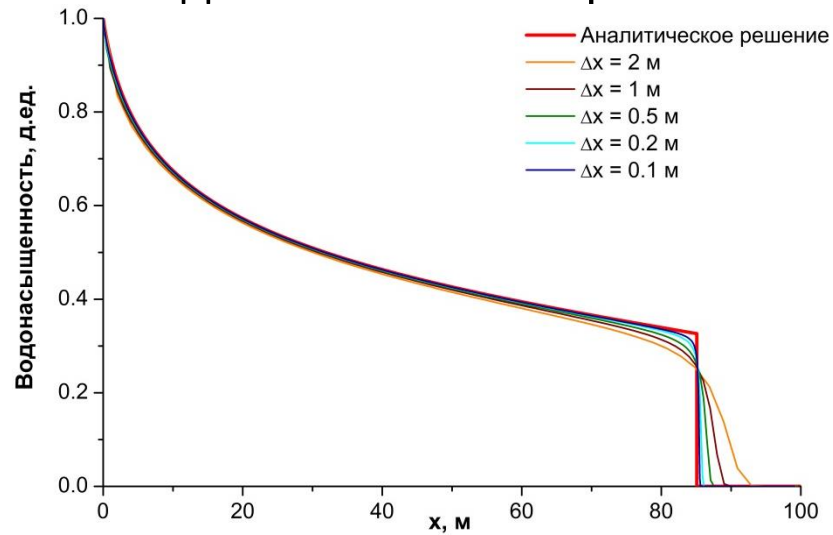
Из условия при  $\tau = 0$   $\alpha^{k+1} = \alpha^n$  получаем

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k + (\alpha^n - \alpha^k) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{\text{fict}}}\right)$$

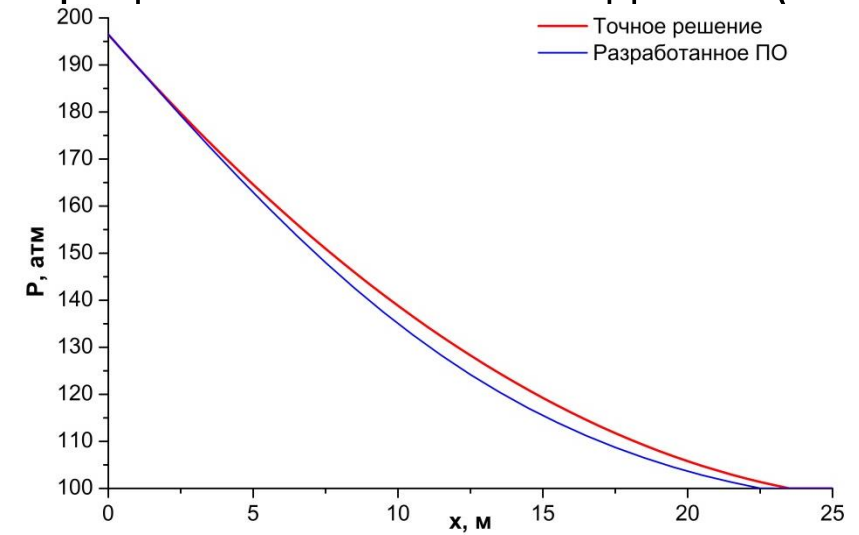


# Сравнение с аналитическими решениями

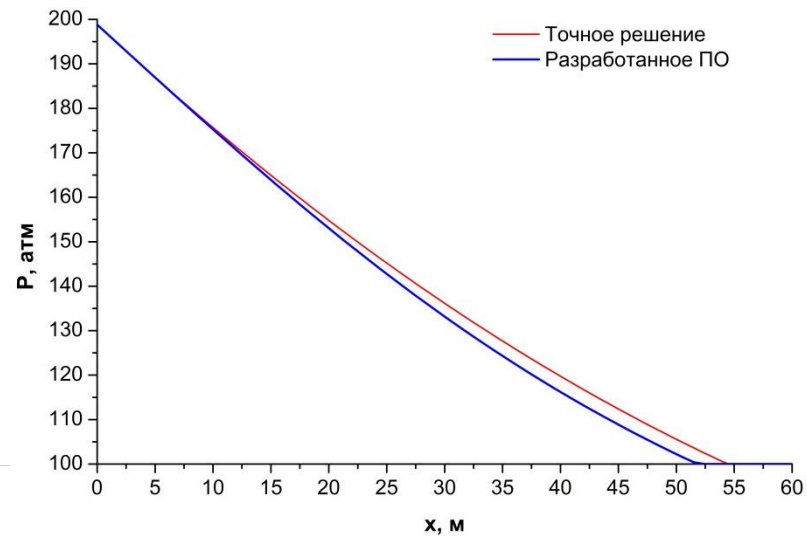
## Задача Баклея-Левретта



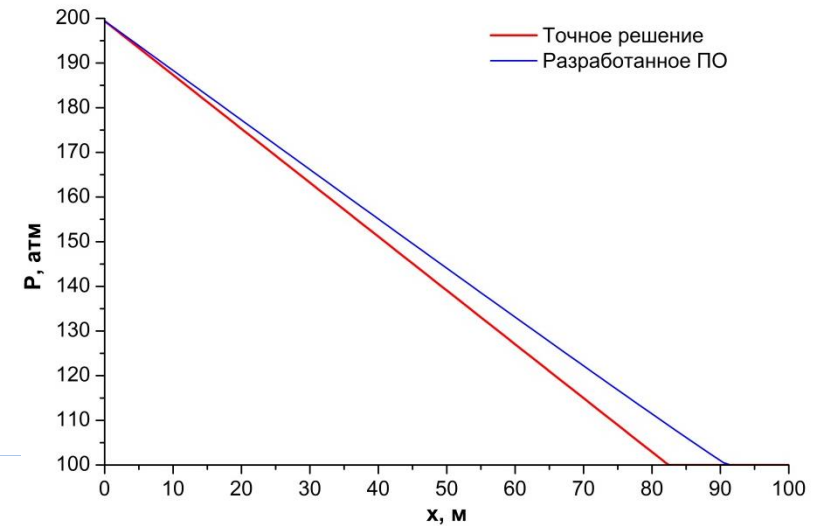
## Фильтрация бингамовской жидкости (1 час)



## Фильтрация бингамовской жидкости (10 часов)



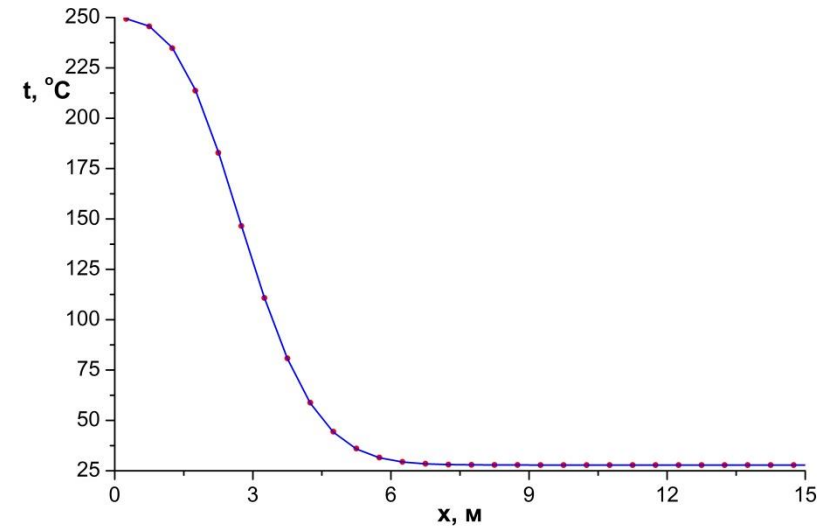
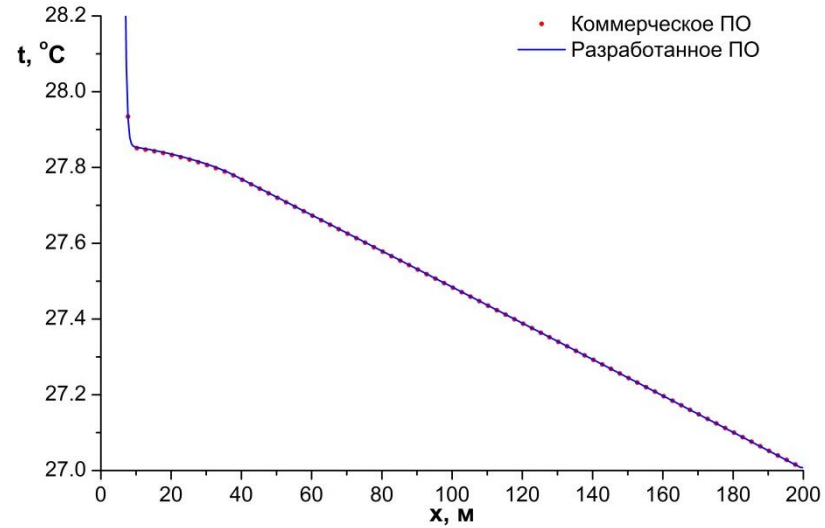
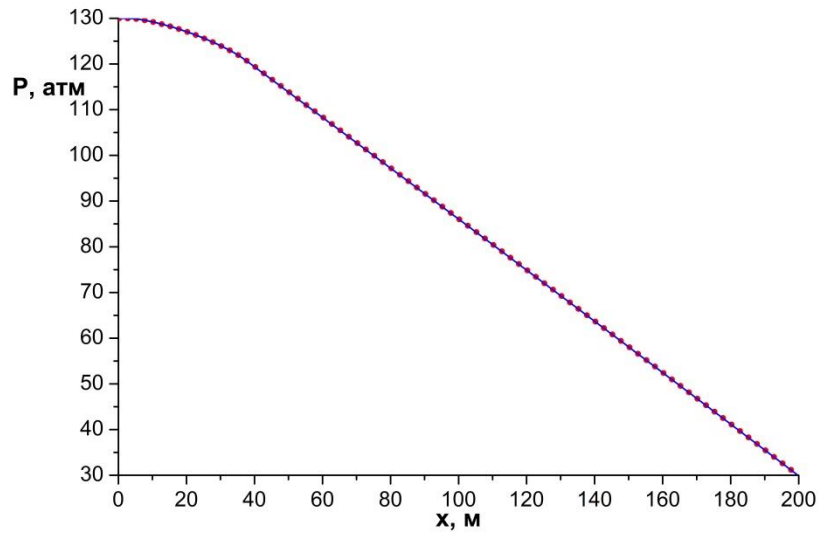
## Фильтрация бингамовской жидкости (60 дней)



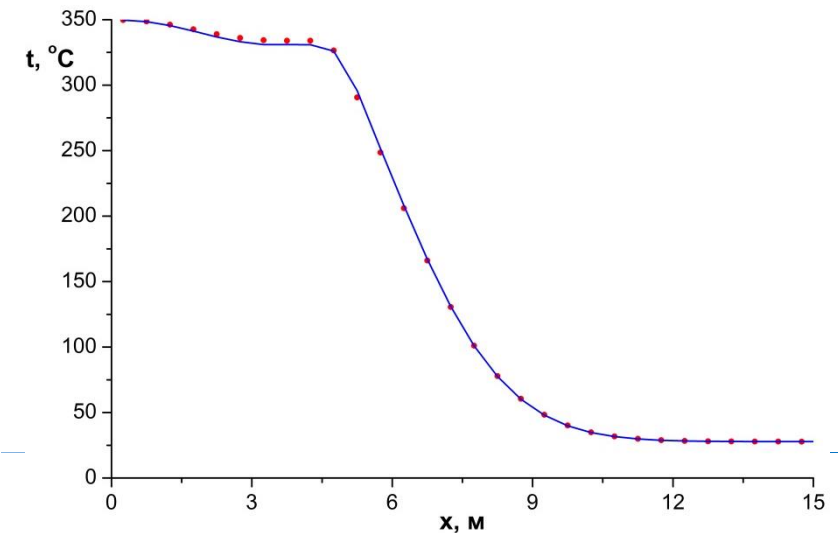
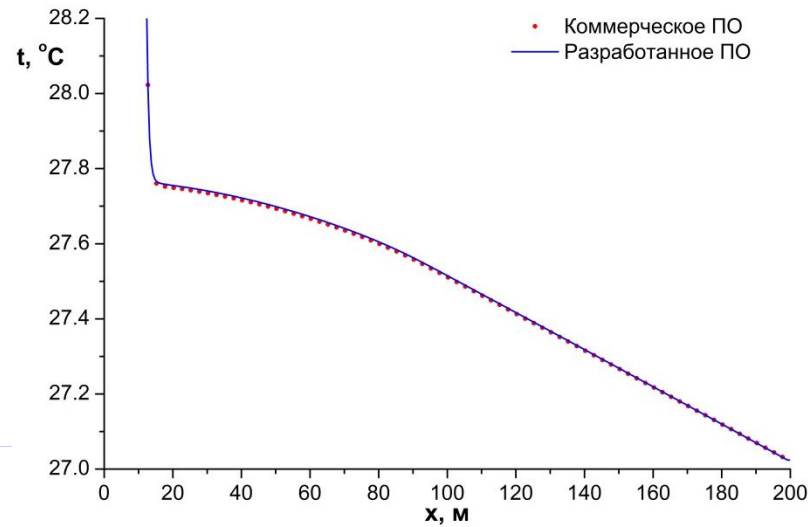
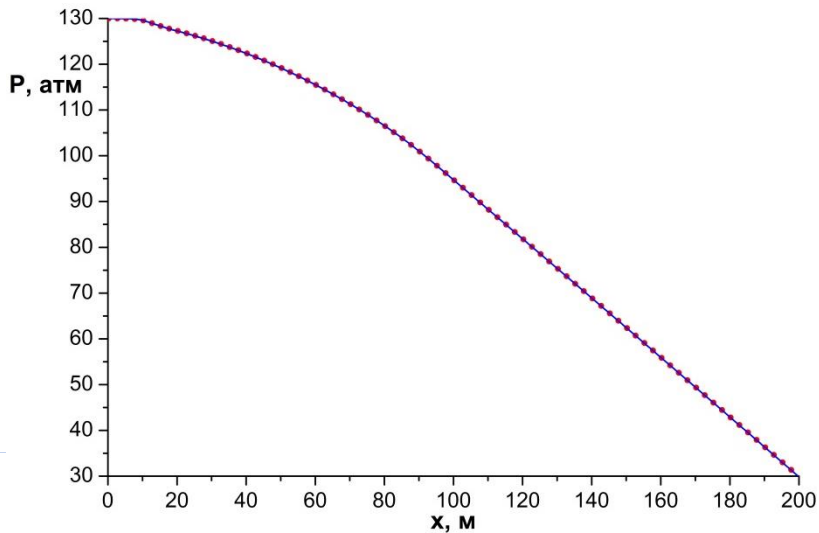


# Сравнение с коммерческим ПО

## 1D фильтрация, закачка горячей воды

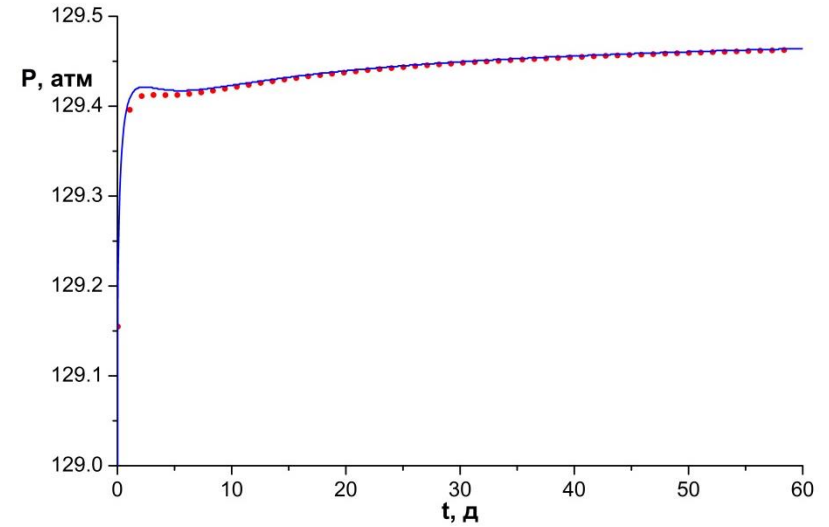
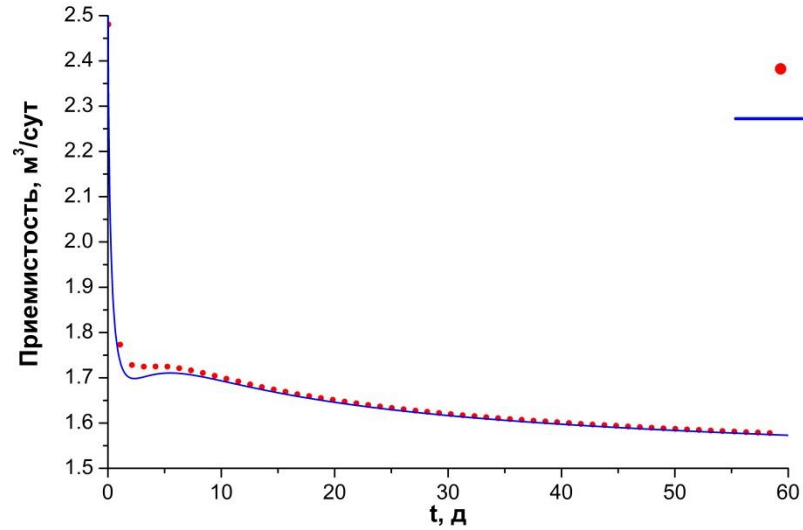


## 1D фильтрация, закачка пара

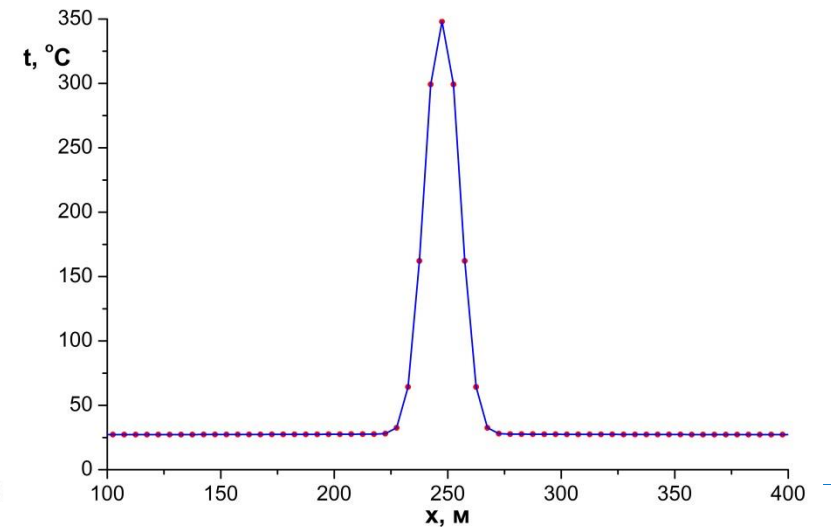
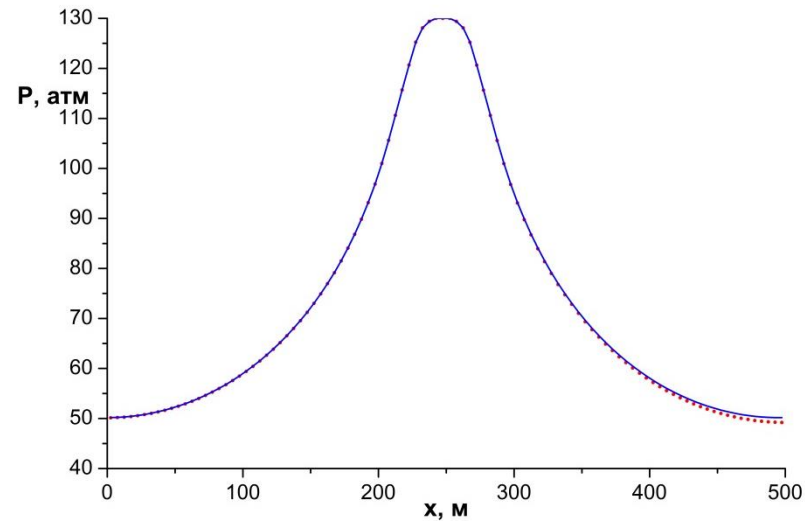
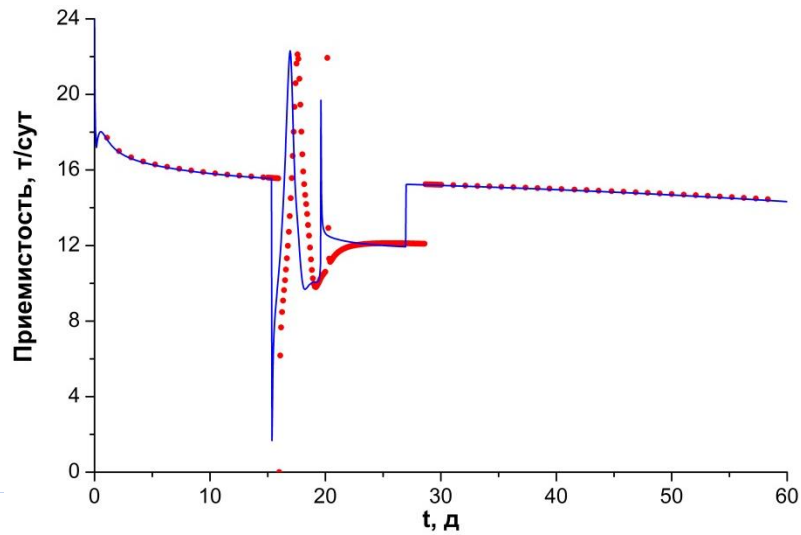


# Сравнение с коммерческим ПО

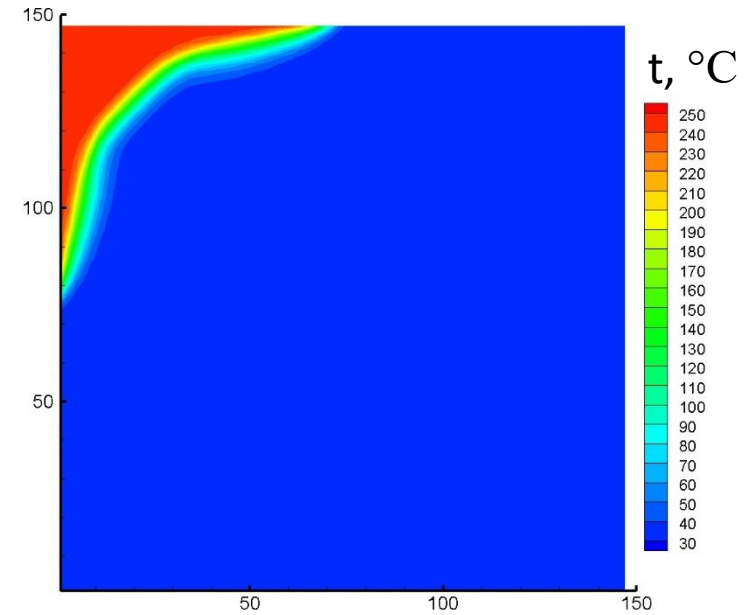
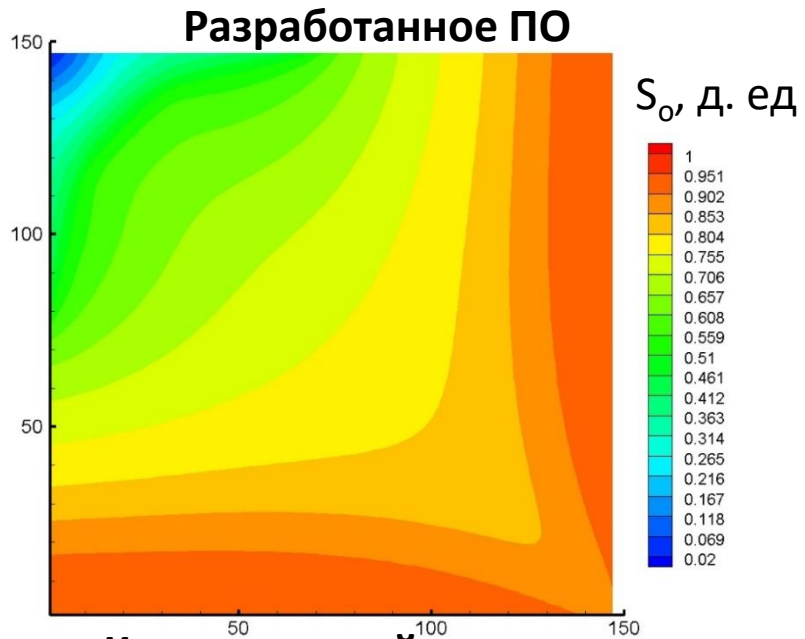
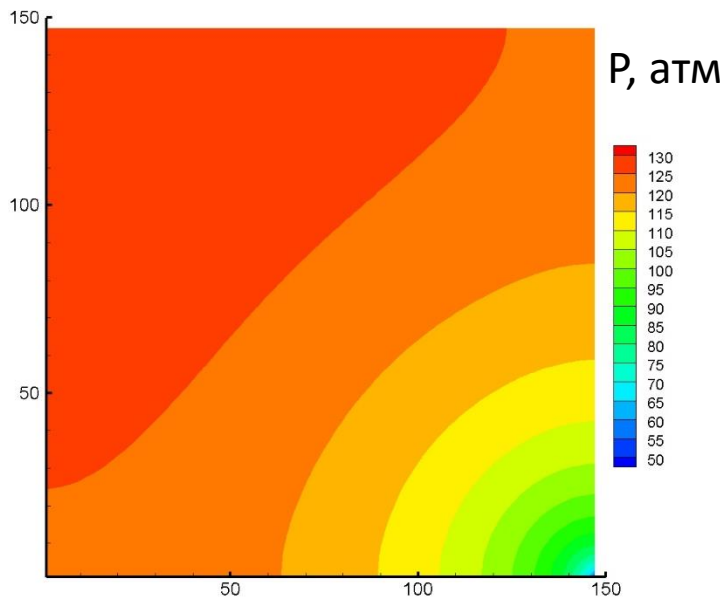
## 2D фильтрация, закачка горячей воды



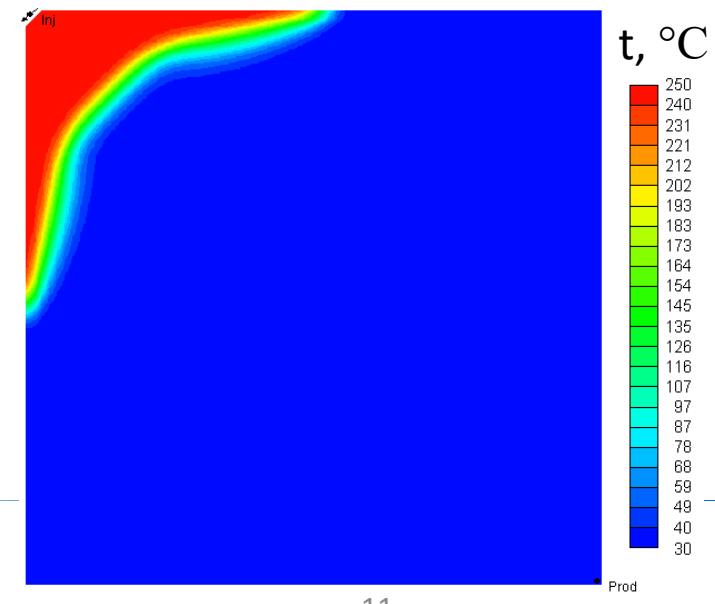
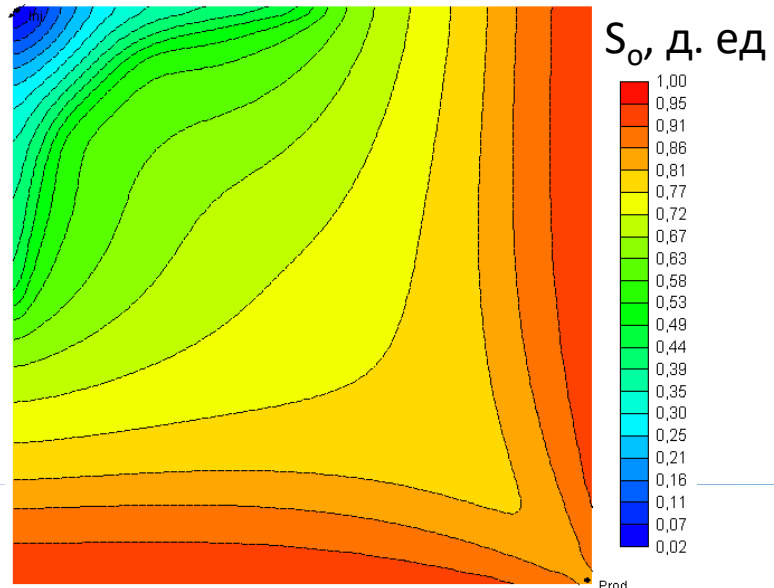
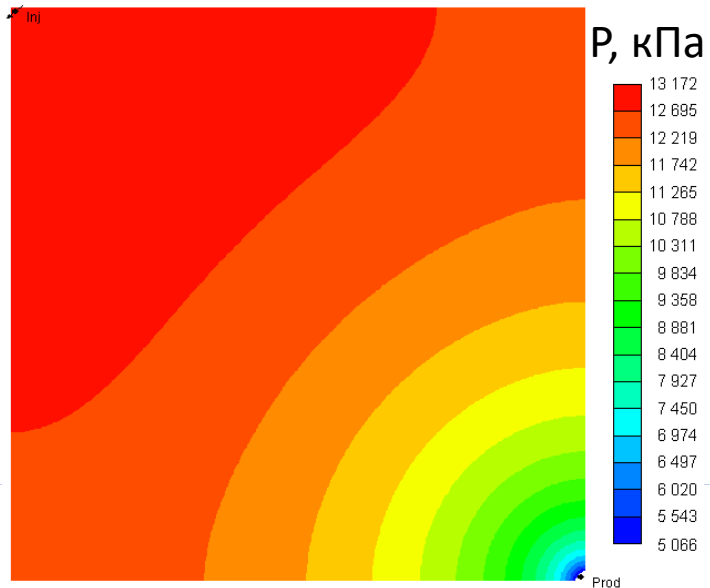
## 2D фильтрация, закачка пара



# Сравнение с коммерческим ПО рассчитанных полей (закачка горячей воды в пласт с «Ньютоновской» нефтью)

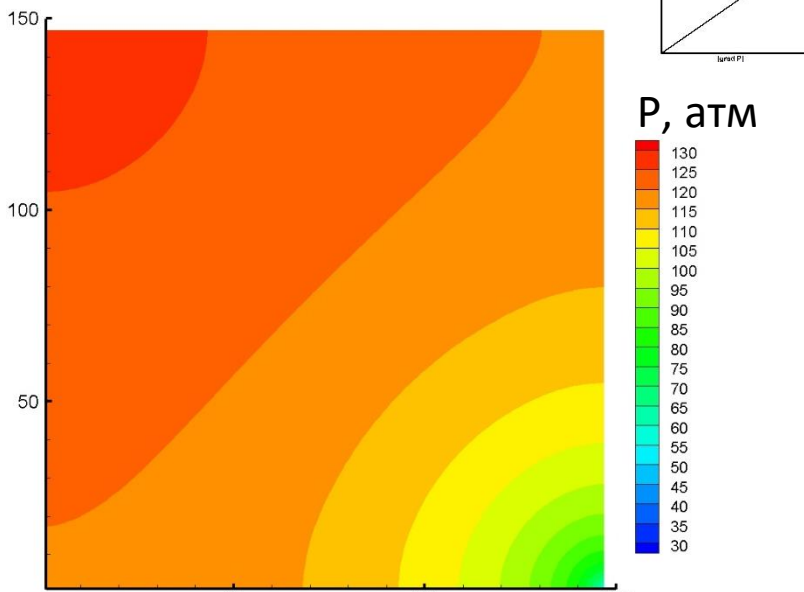


## Коммерческий симулятор

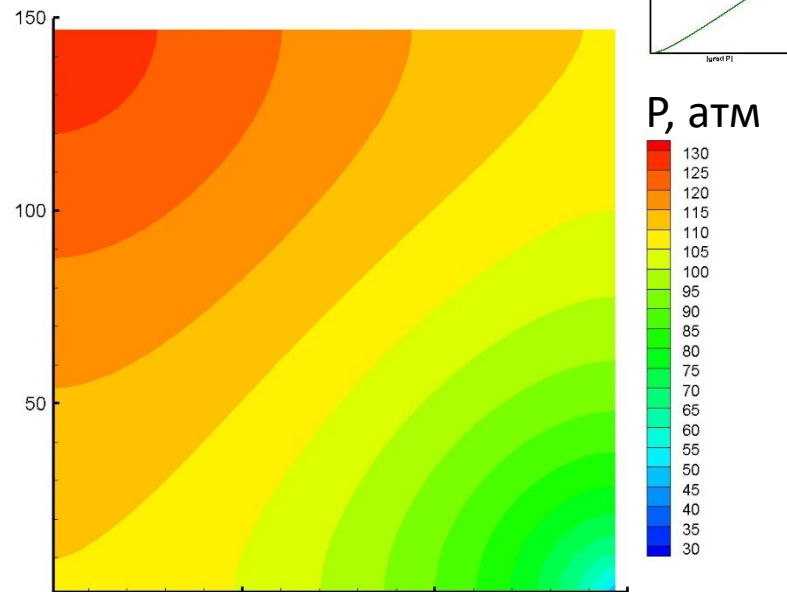


# Моделирование элемента разработки (закачка пластовой воды)

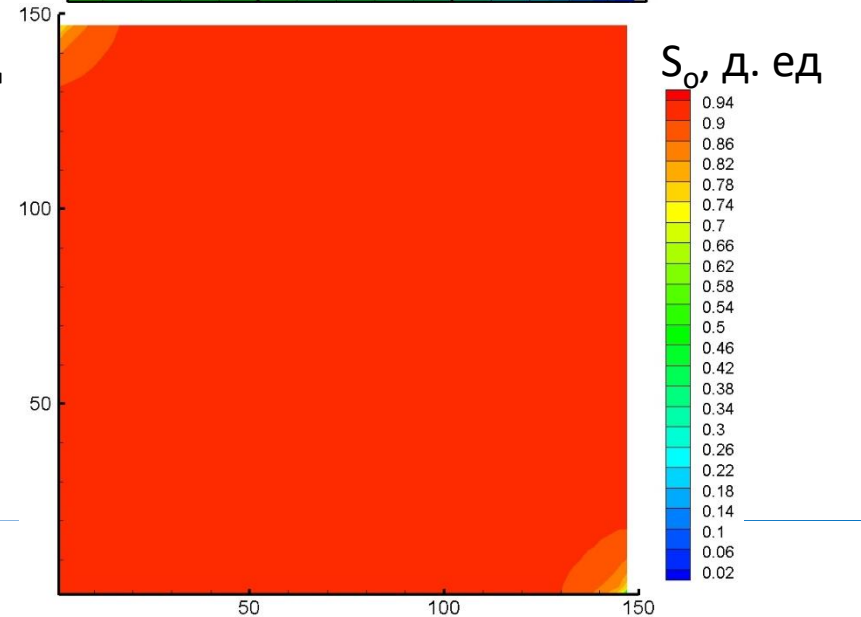
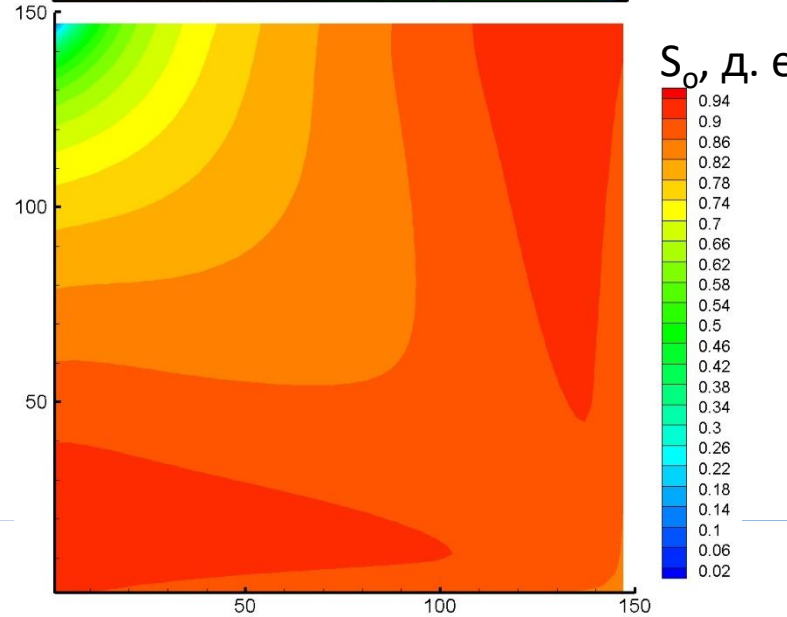
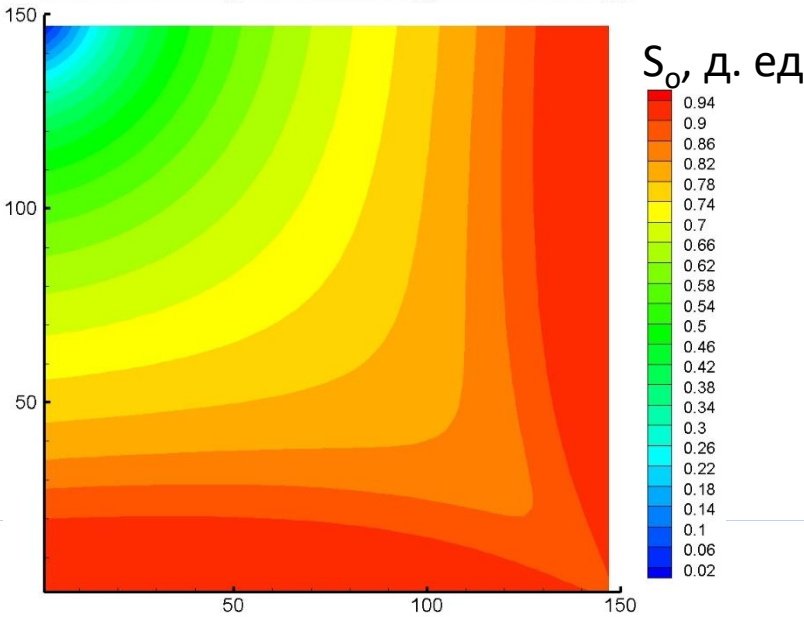
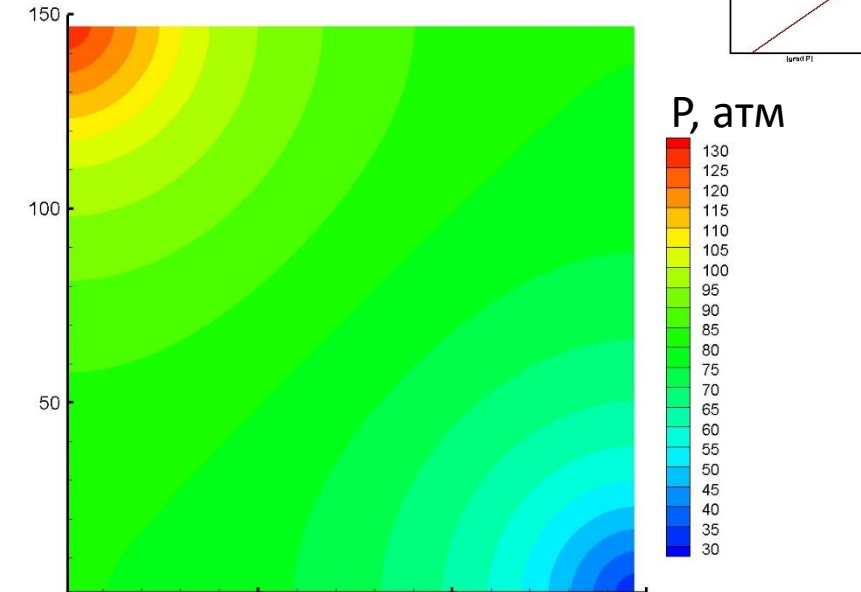
Линейный закон фильтрации



Нелинейный закон филь-ии

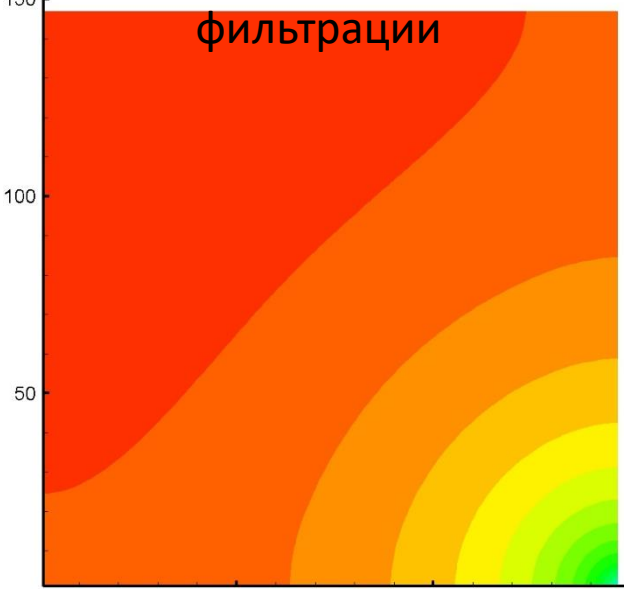


Филь-ия с предельным град-ом

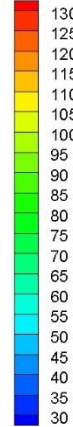


# Моделирование элемента разработки (закачка горячей воды)

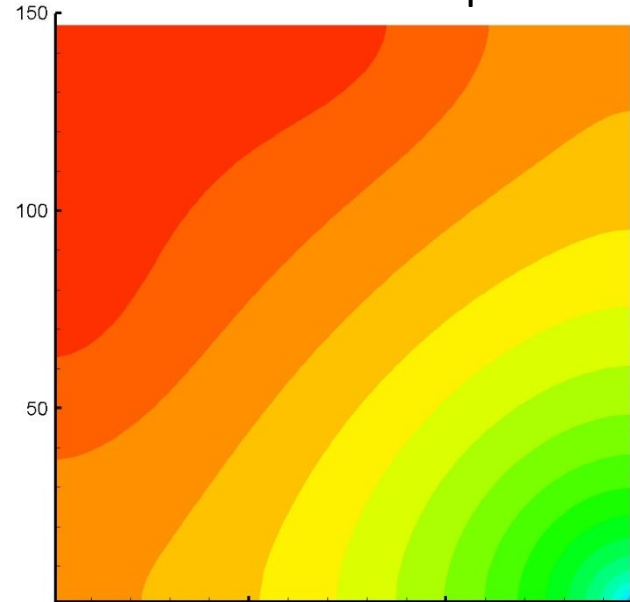
Линейный закон фильтрации  
фильтрации



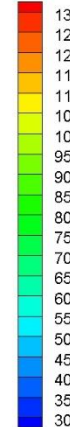
$P$ , атм



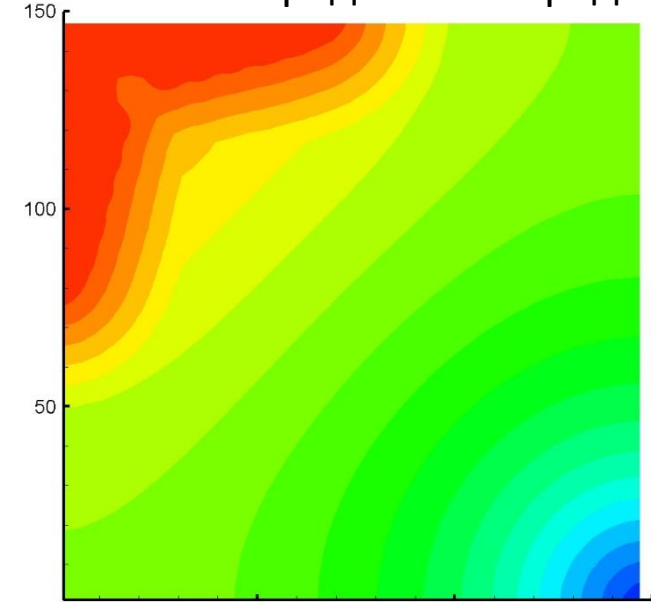
Нелинейный закон филь-ии



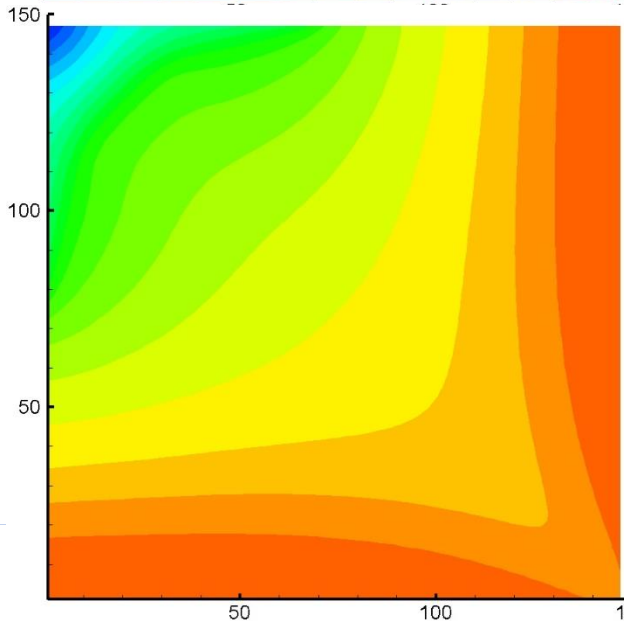
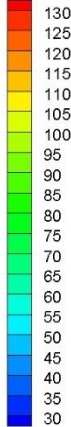
$P$ , атм



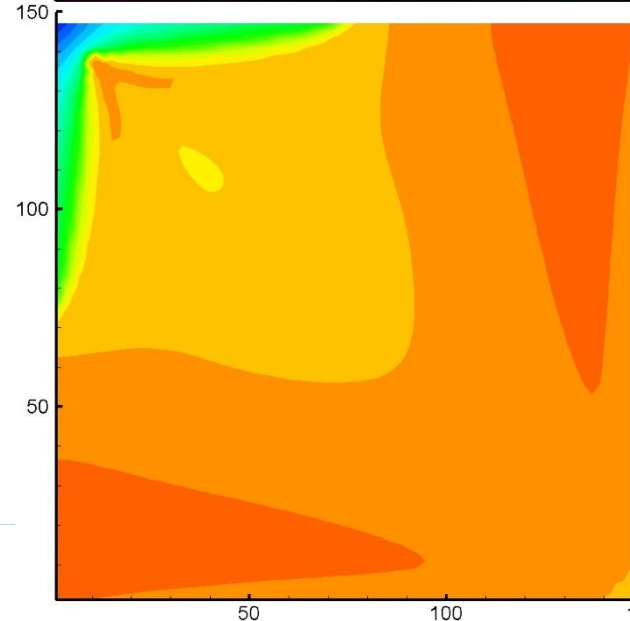
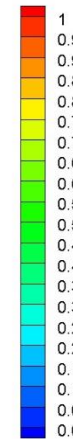
Филь-ия с предельным град-ом



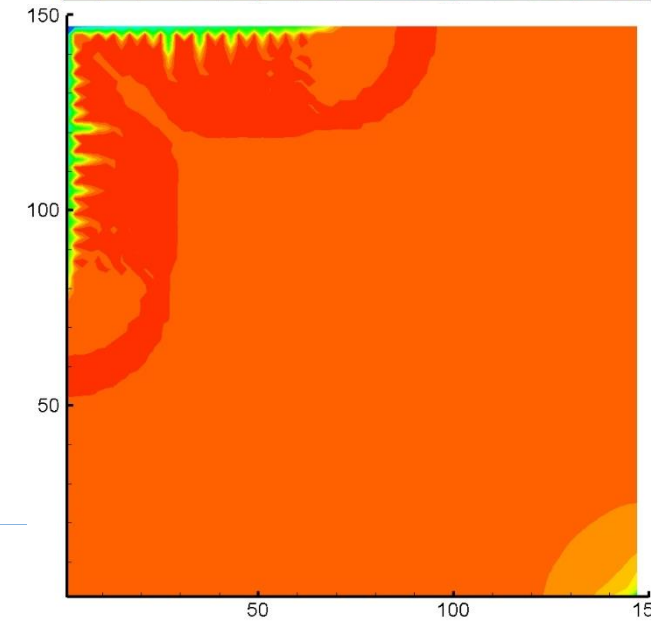
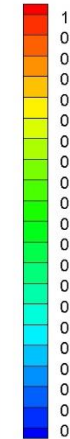
$P$ , атм



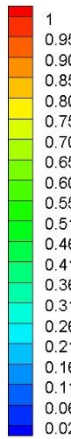
$S_o$ , д. ед



$S_o$ , д. ед



$S_o$ , д. ед





## Достигнутые результаты

- Создано расчетное ядро для моделирования тепловых МУН с учетом сложной реологии нефти.
- Полученные результаты хорошо согласуются с известными аналитическими и численными решениями, а расчет на коммерческом и созданном ПО происходит за примерно равное время.
- Предложен подход для моделирования кусочно-гладкого закона фильтрации.
- Полученная программа позволяет проводить многовариантные расчеты с различными законами фильтрации, а также с предельным градиентом давления, зависящим от температуры.

## Ключевые параметры решения

- Учет нелинейной реологии высоковязких нефтей
- Учет геологических неоднородностей
- Моделирование фазовых переходов
- Апробировано сравнением с аналитическими решениями
- Верифицировано сравнением с коммерческим ПО

## Дальнейшие планы

- Использование адаптивно- неявного метода
- Нивелирование сеточного эффекта
- Расширение на 3D

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**

---